

Vorlesung über
Geschichte der vorgriechischen
Mathematik

geg. S.S. 1928.

Inhalt.

Vorbemerkung

§ 1.	Einführung. „Vorgriech. Math.“, ihre Gesamtschau und die Quellen zu ihrer Erforschung.	0
§ 2.	Die Methode d. alg. Rechnens. Grundrechnung	1
§ 3.	Zahlen - Zahlensysteme - Das Sexag. Syst.	3
§ 4.	Arithmetik u. Rechenverfahren in Äg.	8
§ 5.	Geometrie der Ägypter	11
§ 6.	Babylonien	14
§ 7.	Äthiopien und die Nachbarländer	17
		20

Vorbemerkungen.

0

Einführung da notwendig, derartige Vorlesg. aber mit
Notwendigkeit verbunden Warnung: Leise u. parallel.

14.5.28.

Sollt unter angegebenen Wichtigkeit wesentliche Schwierig-
keiten. 1.) Leichhaftigkeit. 2.) Darstellend. Mängel
in vollständiger Begründung. Literaturangaben.

Disposition diesen Umständen angepasst: möglichst abge-
kürzte Einzelabschnitte. Betonung d. anf. Verhältnisse

- § 1. Einführung. Quellen u. allg. Char. d. vorgriech. Math.
- § 2. Die Methoden d. anf. Rechnens imbes. Bruchrechnung.
- § 3. Zahlen u. Zahlensysteme. Das Sexages. Syst.
- § 4. Gleichungslehre im Anf.
- § 5. Anf. Geom.
- § 6. Nat. Geom. & Astronomisches
- § 7. Perioden ^{zwischen} ~~und~~ den Nachbarkulturen.

Dies im Umriss des Prologes d. Vorlesg.

§ 1. Einleitg. - Vergleich. Math., ihr Gesamtcharakter
und die Quellen zu ihrer Erforschung.

Grundzüge jeder Geschichte: die chronologische Anordg.
 In dieser Hinsicht Brückung der Privatitätsfrage. Was hat
 man von d. Griechen gehabt? Was haben diese übernommen?
 Dann der tiefere Sinn: die Erhaltung eigener geschichtlicher
Individualitäten. Diese herauszuarbeiten ein besonderes
 Ziel; dies gibt das Recht zur Zusammenfassung aller „Vor-
grichischen“.

Der Typus d. griech. Math. ist der der modernen: Theorie
 d. Irrationalzahlen, Integration, Kegelschnitte bestimmen
 den Umriss. Dagegen die „vorgriech.“ Math. „vorwissenschaftl.“
 (Hankel).

Sehr typisch die Method. d. aj. Zeitbestimmung (nach
 Borchardt). Wasseruhren und Sonnenuhren. Die Einteilung d.
 Wasseruhren im prinzipiellen Widerspruch gegen die der Sonnen-
 uhren, da die Lage des Mittagess beim Wasser falsch gemittelt
 wird (der Auslauf erfolgt aus einem Kegelsumpf-fäss, statt
 aus einem fäss mit Parabel 4. Ordg. als Umriss). Ein für
 Tag, eines für Nacht, aber ohne Vergleich!

Umriss der Skalierung der Schattenpunkte mit den Ab-
 ständen $\infty | 5 | 4 | 3 | 2 | 1$. Statt Tangens-Gesetz!

Abbildg. Griech. S. 33.

Th. d. Uhren auch noch charakt. für die Antwort unserer Quellen. Aus dem Oxyrhynchus-Papyri (+ 3. Jahrh.) die
 Berechnung d. Vol. des Kegelsumpfes durch

$$V = h \left(\frac{r_1 + r_2}{2} \right)^2 \cdot 3$$

Also Ersetzung von Kegel durch mittleren Zylinder und $\pi = 3$.
 So würde man schließen und tut es auch z. B. für die Inden
 aus Künigs Wenn nicht für Aj. ausrechnen $F_k = \left(\frac{8}{9} d \right)^2$
 also $\pi = 3,16$ - 1 Pyramidenstumpfvolumen $\frac{h}{3} (a_1^2 + a_1 a_2 + a_2^2)$

Das besser nach S. 2 (S. 2) zu sehen.

derartig gesichert wäre! Also nur kritische Auswertung aller
 Quellen kann zu einigermaßen gesicherten Ergebnissen führen.

Dr. Quellen. Ungünstige Lage bei Babylonien. Totapfel der
 alten Text- und Vorwundergang. - Wird später besprochen.

Ang. Chronologie. Abschl. Chronolog. durch heliographische Solis-
 pfänge des Jahresanfang. Die Jahreslänge = 365 Tage so entsteht
 Wandeljahr von der Periode 1461 Jahre. Das gibt nach
 Megasthenes Chronologie:

Menes 3300 $\pm$ 100 (Antikrit 3197 $\pm$ 8)¹⁾

AR (Dy. III-V) $\sim$ 2800 - 2400

* MR (Dy. XII) ~~2000~~ 2000 - 1788 (-3)

NR (Dy. XVIII ff) 1580 ff

Perser 525

Alex. 332

Römisch 30

¹⁾ Chronol. Nachtrag 1925

Bei Mr. Quellen so gut wie ausschließlich aus Dy. XII.

Es sind die Papyri:

R (dat. 1850 $\pm$ 1)

M (folienschiff)

K

B 6619

BM 10250 (Leder)

+ 2

Alles weitere viel zu spät für vorgriech. Math.

volle Blattoberfläche der Papyri ca 32 cm, ^{Länge 80 cm} so Rhind. 1/2 - d 1/4 -
 reiten, so M mit 8 cm. Länge des Rhind ca 5 1/2 m.!

R und M m. g.

Länge M auch über 4 m.

Zurück zur Chron. der Texte. Stellt man "Schulbuch" u. v. "Pädagog." nach griech. Reden.

Art der Auswertung. Bedeutung der Redeweise "Formel".

Als Beispiel M N:1. Analog der ganzen Rechenlehre mit nur
 ein spez. Zahlenbeispielen zu erschließen.

Es bleibt also ausserdem nur noch die Abklärung gegen
 die allgemeine Kulturgeschichte - die auch über sich
 durch die Untersuchung d. math. Denkens einen Beitrag
 stellt.

§2. Die Methoden des aeg. Rechnens. Bruchrechnung.

3.

Ausicht von §1: Gegensatz vor-griechisch - griechisch. Gerade die Tiefe dieses Unterschiedes bruchst in der Benennung „vor-griechisch“ statt „altgriechisch“. - Von nun an aber allmählicher Aufbau gegen das Griechische hin. Trotzdem das Prinzip der Disposition nicht streng chronologisch (primitivstes Zahlensystem an den Anfang u.v.) sondern Beginn mit dem auffallendsten ägyptischen Kernstück d. aeg. Rechnens. Daraus erst die Notwendigkeit von §3. „Zahlen-systeme“; erst mit §4 erreicht man aeg. Math. (Funktionslehre).

Vorbemerkung über Schrift und Sprache. Mischung semit. - ham. Semit. Einfluss im ~~Wort~~ Trilateralismus und damit zusammenhängender sekundärer Funktion der Vokale.

Schriftprinzip. Beispiele $4 \text{ } \overset{\circ}{\text{m}} \text{ } \circ$; $\text{---} \text{ } \text{M} \text{ } \text{p} \text{ } \text{e} \text{ } \text{g} \text{ } \text{z}$ 264 - mbo

M nach Janssen für S. 956
 3 Furchenbilde

„Halbkohle“ 3 c i w

Hinweis $\text{A} \rightarrow \text{L} \rightarrow \text{S} \rightarrow \text{Z}$

Die aeg. Zahlzeichen. Deriv. d.

1 n o $\frac{1}{2}$
 $\frac{1}{4}$ n II

Addition Terminus v3h

Subtraktion kein Zeichen. Ausdrucksweise: $\text{Sb } \alpha \text{ Sb } \beta = \beta - \alpha$
 oder $\text{d3t ut p3 } \beta \text{ r33 p3 } \alpha = \beta - \alpha$
 oder $\beta \text{ r33 } \alpha$

Null in Abzügen (Bly. 18) „nfr“ Edfu nur

Multiplik.

1.) im Kopf

2.) ausfuhrlich

5.11 :

-1	11
2	22
-4	44
<u>2</u>	55

Terminus:

in hoch $\alpha \text{ sp } \beta = \alpha \cdot \beta$

v3h tp m $\alpha \text{ r sp } \beta = \alpha \cdot \beta$

Modifikationen durch Rechnen mit 10

Beispiel: -1 16
 -10 160
 -5 80
 = 256

Vorläufe gegen die praktische Wahl des in vorliegenden Faktors nicht voll bekannt. Fokussierungsgeschichte von hier v3h.

$\frac{15}{3}$

-	1	3
-	2	6
-	4	12

m k 5 per.

1) gilt - es gerade da haben
in genau bezieht - ?

Nun aber Brüche

-1	3	
2	6	
-4	12	
$\frac{2}{3}$	2	
$-\frac{1}{3}$	1	also $16:3 = 5 + \frac{1}{3}$

Winter Beispiel R 24

19:8

1	8
-2	16
1/2	4
-1/4	2
-1/8	1

$$19:8 = 2 + 1/4 + 1/8$$

2) mit $\frac{1}{2}$ und $\frac{1}{3}$ in der gleichen Folge geordnet, wie mit d. j. 1. Schreibweise $\frac{1}{2}$ und $\frac{1}{3}$.

Wurzel: frucht $\rightarrow$ befestigt M B K aber nur aus vollen

Benjamin

Das Rechnen ist hundert.

Mangel von ^{Mult.}Tabellen im Papyri in Babylonien. In Abg. verst. - Mitt.
"Rechenbücher" - Legende.

Dieses 2. Multiplikationsmethode - 1 Postulat der Stammbruch-
vollständigkeit führt zwangsläufig auf Primzahl der 2^n -Teilung.
Daher Tabelle (2^n -Tab.) ?

Dupin Tabelle („ $\frac{2}{n}$ -Tab.“). In K und R erhalten, sonst ganz einheitlich angewandt.

Beispiele:

R 69 Division 80: (3+2) - 1 Probe

$$1 \quad 3 + \overline{2}$$

10 35

- 20 70

- 2 7

1 2

11

6 17 -

2 7 1

$$-1 \quad 22 + \overline{3} + \overline{7} + \overline{41}$$
$$48 \quad \overline{1} \quad \overline{2} \quad \overline{3}$$

— — —

$$2 \quad 11 + 3 + 14 + 42$$

2f-Tab. !

weiteres nicht vorhanden!

Questioning re Cantor 563f. reduct! So hypothesis - it is lost mult.

Nun noch die "Hilfszahlen".

Beispiel R 32

$$\begin{array}{r} 1 \\ - 3 \\ - 9 \end{array} \quad \begin{array}{r} 1 + 6 + 18 + 54 + 162 + 486 + 1458 + 4374 + 13122 + 39366 + 118098 + 354294 + 1062882 + 3188646 + 9565938 + 28697814 + 86093442 + 258280326 + 774840978 + 2324522934 + 6973568802 + 20920706406 + 62762119218 + 188286357654 + 564859072962 + 1694577218886 + 5083731656658 + 15251194969974 + 45753584909922 + 137260754729766 + 411782264189298 + 1235346792567894 + 3706040377703682 + 11118121133111046 + 33354363399333138 + 100063080197999414 + 300189240593998242 + 900567721781994726 + 270170316534598418 + 810510949603795254 + 2431532848811385762 + 7294598546434157286 + 21883795639302471858 + 65651386917907415574 + 196954160753722246722 + 590862482261166740166 + 1772587446783500220498 + 5317762340350500661494 + 15953287021051501984482 + 47859861063154505953446 + 143579583189463517860338 + 430738749568390553581014 + 1292216248705171660743042 + 3876648746115514982229126 + 11729946238346544946687378 + 35189838715039634839062134 + 105569516145118904517186402 + 316708548435356713551559206 + 950125645306070140654677618 + 2850376935918210421964032854 + 8551130807754631265892098562 + 25653392423263893797676295686 + 76959177269791681393028887058 + 230877531809375044179086661174 + 692632595428125132537259983522 + 2077897786284375397611779950566 + 6233693358853126192835339851698 + 18701080076559378578506019555094 + 56103240229678135735518058665282 + 168309720689034407206554175995846 + 504929162067103221619662527987538 + 1514787486201309664858987583962614 + 4544362458603928994576962751887842 + 13633087375811786983730888255663526 + 40899262127435360951192664766990578 + 12269778638230608285357799429097174 + 36809335914691824856073398287291522 + 110428007744075474568219194861874566 + 331284023232226423704657584585623698 + 993852069696679271113972753756871094 + 2981556209089037813341918261270613282 + 8944668627267113439025754783811839846 + 26833905881801340317077264351435519538 + 80501717645404020951231793054306558614 + 241505152936212062853695379162919675842 + 724515458808636188560986137488759027526 + 217354637642590856568295841246627708258 + 652063912927772569704887523739883124774 + 1956191738783317709114662571219649374322 + 586857521634995312734398771365894812296 + 1760572564904985938203196314097683436898 + 5281717694714957814609588942293050310694 + 15845153084144873443828766826879150932082 + 47535459252434620331486300480637452796246 + 142606377757303860994458901441912358388738 + 427819133271911582983376704325737075166202 + 1283457400815734748950130112977211225498606 + 385037220244720424685039033893163367649582 + 1155111660734161274055117101679490102948746 + 346533498220248382216535130503847030884622 + 1039590494660745146649605391511541092653866 + 3118771483982235439948816174534623277961598 + 9356314451946706319846448523603869833884794 + 2806894335584011895953934557081160949165438 + 8420683006752035687861803671243482847496314 + 25262049020256107063585410913730448542488942 + 75786147060768321190756232741191345627466826 + 22735844118230496357226869822357403688239058 + 68207532354691489071680609467072211064717174 + 204622597064074467215041828401216633194151522 + 61386779119222340164512548520364989958245466 + 184160337357667020493537645561094969874736398 + 552481012072901061480612936683284909624209194 + 1657443036218703184441838809049854728872627582 + 4972329108656109553325516427149564186627882746 + 14916987325968328659976549281448692559883648238 + 44750961977904985979929647844346077679650944714 + 134252885933714957939788943533038233038952834142 + 402758657801144873819366830600114699116858502426 + 1208275973403434621458090491800344097350575507278 + 3624827920210303864374271475400932292051726521834 + 10874483760630911593122814426202796876155179565502 + 32623451281892734779368443278608390628465538696506 + 97870353845678204338105329835825171885396616089518 + 293611061537034612914315989507475515656189848268554 + 88083318461110383874294796852242654696856954480566 + 264249955383331151622884390556727964090570863441698 + 792749866149993454868653171670183892271712590325094 + 2378249598449980364605959515010551676815137771075282 + 7134748795349941093817878545031655030445413313225846 + 2140424638604982328145363563509496509133623993967758 + 6421273915814946984436090690528489527300871981903274 + 19263821747444840953308272071585468581902615945709822 + 57791465242334522859924816214756405745707847837129466 + 173374395727003568579774448644269217237123543511388398 + 520123187181010705739323345932807651711370630534165194 + 156036956154303211721797003779842295513411189160249558 + 468110868462909635165391011339526886530233567480748674 + 140433260538872890549617303401858065959070070244223392 + 421299781616618681648851909205574197877210210732670178 + 1263899344849856044946555727616722593631630632198010534 + 3791698034549568134839667182850167780894891896594031602 + 1137509410364870440451890154855050334268467568978209486 + 3412528231094611321355670464565150902805402706934628458 + 10237584693283833964067011393695452708416208120803885374 + 30712754079851491892191034181086358125248624362411656118 + 92138262239554475676573092543258074375745873087234868354 + 276414786718663427029719277629774223127237619261704595062 + 829244359155990281089157832889322669381712857785113785186 + 2487733077467970843267473498667968008145138573355341355558 + 7463199232403912529802420496003904024435415720066024066674 + 22389597697211737589407261488011712073306247160198072199022 + 67168793091635212768221784464035136219918741480594216597066 + 201506379274905638304665353392105408659756224441782649791198 + 604519137824716914913996060176316225979268673325347949373594 + 1813557413474150744741988180528948677937806020076043848120782 + 5440672240422452234225964541586846033813418060228131524362346 + 1632201672126735670267789362476053809144025418068439457308702 + 4896605016380207010803368087428161427432076254205318371926106 + 14689815049140621032409084262284484282296228762615955115778318 + 4406944514742186309722725278685345284688868628784786534733494 + 13220833544226558929168175836056035854066605886354359604200482 + 39662500632679675787504527508168092562199817659063078812601446 + 118987501898039027362513582524504277686599452977189236437804338 + 356962505694117082087540747573512833059798358931567709313413014 + 107088751708235124626262224272053849917939507679469312794023902 + 321266255124705373878786672816161549753818523038407938382071706 + 963798765374116121636359018448484649261455569115223815146215118 + 2891396296122348364909077055345453947784366677345671445438645354 + 8674188888367045094727231166036361843353099032036014336315936062 + 2592256666509113528418169349810908552905929709610804299894780818 + 7776769999527340585254508049432725658717789128832412899684342454 + 23330309998582021755763524148298176976153367386497238699053027362 + 7000092999574606526729057244489453092845909215949171609715908206 + 21000278998723819580187172733468359278537727647847514829147724618 + 63000836996171458740561518190405077835613182943542544487443173854 + 189002508988514376221684554571215233506839548830627633462329521562 + 567007526965543128665053663713645690520518646491882899386988564686 + 1691022580896629385995160991140937071561555939475648698160965694058 + 5073067742689888157985482973422811214684667818426946094482897082174 + 15219203228069664473956448920268433644054003455280838283448691246522 + 45657609684208993381869346760805290932162009365842514850346073739566 + 136972829052626980145608040282415872796486028097527544551038221218698 + 410918487157880940436824120847247618389458084292582633653114663656094 + 1232755461473642821308472362541742855168374252877747900959343990968282 + 3698266384420928463925417087625228565505122758633243702878031972904846 + 11094799153262785391776251262875685696515368275900731108634095918714538 + 33284397459788356175328753788627057089546094827702193325902287756143614 + 10085319237936506852598626136588117126863828448310657997770686326843086 + 30255957713809520557795878409764351380591485344931973993312058980529258 + 90767873141428561673387635229293054141774456034795921979936176941587774 + 27230361942428568502016290568787912742532336810438776593980853082476332 + 81691085827285705506048871706363738227597008431316329781942559247428998 + 245073257481857116518146615119091214682791025293948989345827677742286994 + 735219772445571349554439845357273644048373075881846968037483033226860990 + 2205659317336714048663319536071820932145119227645540894112449099680582970 + 6616977952008142145989958608215462796435357682936622682337347299041748910 + 1985093385602442643796987582464638838930607304880986784701204189762522670 + 5955279156807327931390962747393816516791821914642960254103612569287568010 + 17865837470421983794172888242181449550375465743928880762310837707862504020 + 53597512411265951382518664726544348651126397231786642286932513123587512060 + 160792537233797854147555994179633045953379191695359926860797539370762536180 + 482377611701393562442667982538899137860137575086079780582392618112287598540 + 1447132835104180687327993947616697413580412725258239351747177854336862575620 + 4341398505312542061983981842849092240741238175774718055241533562910587726860 + 13024195515937626185951945528547276722223714527324154565724600688731763180580 + 39072586547812878557855836585641830166671143581972463597173802066195289541740 + 117217759643438635673567509756925490499013430745917390791521406198585868625220 + 351653278930315906920692529270776471497040292237752172374564218595757595875660 + 1054959836790947720762077587812329414491120876713256517123692655787272787626980 + 3164879508372843162286232763436988243473362630139769551371077967361818362880940 + 9494638525118529486858698290310964730420087890419308654113233892085455088642820 + 28483915575355588460576094870932894191260263671257925962339691676156365265928460 + 85451746726066765381728284612798682573780790913773777887019075028469095797785380 + 256355239178199296145184853838396047721342372741321333661057225085407287393356140 + 769065717534597888435554561515188143164027118223964000983171675256221862179068420 + 2307197152603793665306663684545564429492081354671892002949515025768665586537205260 + 6921591457811380995919990853636693288476244063915676008848545077285996759611615780 + 20764774373434142987759972560908079865428732191747028026545635231857990278834847340 + 62294323120302428973279917682724239596286196575241084079636905695573970836504542020 + 186882969360907286919839753048172718788858589725723252238810717086721912509513626060 + 560648908082721860759519259144518156366575769177169756716432151258165737528540878180 + 1681946724248165582278557777433554479099727307531509269149296453774495212585620634540 + 5045839172744496746835673332300663437299181922594527807447889361323485637756861903620 + 15137517518233490240507019996901989311897545767783583422343668083970456913270585710860 + 45412552554700470721521059990705967935692637303350750267030804251911350739811757132580 + 136237657664101412164563179972117903807077911909052250801092412755734052119435271397740 + 408712972992304236493689539916353711421233735727156752403277238267302156358105854193220 + 122613891897691270948086861974906113426370120718147025720983171479190646907431756257860 + 367841675693073812844260585924718340279110362154441077162949514437571940722295268773580 + 1103525027079221438532781757774155020837331086463323231488848543312715822166885806320740 + 3310575081237664315598345273322465062512093259390069694466545629938147466500657418962220 + 9931725243712992946795035819967395187536279778170209083399636889814442399501972256776660 + 29795175731138978980385107559902185562608839334510627258198910659443327198505916770330000 + 8938552719341693694115532267970655668782651790353188177459673197833008159551775031090000 + 26815658158025081082346596803911966906347955371059564532379019593499024478655325093270000 + 80446974474075243247039788411735890718043866113178693597137058780497073435965975279810000 + 241340923422225729741119365235207672154131598339536080791411176341491220307897925829430000 + 724022770266677189223358095705623016462394795018608242374233529024473660923693777488290000 + 2172068310800031567670074287116869049387184385055824727122700587073420982771081332464870000 + 6516204932400094703010222861350607148161553155167474181368101761210262948313243997394610000 + 1954861479720028410903066858405182144448465946550242254408430528363078884493973199218380000 + 586458443916008523270919857$$

Nachfolgende Zerlegung durch Hauptglied 3:

$$\frac{2}{3} - \frac{1}{3n} = \frac{1}{n} \quad \text{von } n=0 \text{ (5)}$$

Wert = 0

5, 25, 65, 85 durch
 55 75 Ausdehnung

$$\frac{2}{3} - \frac{1}{3n} = \frac{1}{n} \quad \text{von } n=0 \text{ (11)}$$

Hauptglied 12 liefert $n=0$ (13).

Formelvermutung: Tab. II. Ausrechnen 35, 42, 11 } Tab. IV 1
 - 1 Primzahlen

Somit Prinzipiell möglich, ist die Darstellung mit Hilfe von $\bar{2}, \bar{4}, \bar{6}, \bar{8}, \bar{10}, \bar{12}$ durchgeführt also mit den „natürlichen“ Brichen“

1/2-Brüche die Teile der Zahl. Und diese in 2 Reihen gegliedert:
 1/2-Reihe $\bar{2}, \bar{4}, \bar{6}, \bar{8}, \bar{10}, \bar{12}$ und 1/3-Reihe $\bar{3}, \bar{6}, \bar{9}, \bar{12}$. Gegen die algorithm. Br.

- Darstellung dieser Schreibung:
- 1) Befolg der 1/2-Tab.
 - 2) 1-33 Messungen - 1 Befolg
 - 3) 1-84 Technik d. Grundrechenarten

B. Die Ausrechnen.

Wie berechnet man regelmäßig die Zerlegung $2/7 = 4 + 28$? $\frac{2}{7} - \frac{1}{7n} = \frac{1}{n} \quad n=0 \text{ (7)}$

~~2/7 = 4 + 28~~
~~2/7 = 4 + 28~~

Hier greift BM 10250 („L“) ein.

Publikationsgeschichte

Beginn mit:

$$\begin{aligned} \bar{6} + \bar{6} &= \bar{3} \\ \bar{6} + \bar{6} &= \bar{2} \\ \bar{3} + \bar{3} &= \bar{3} \end{aligned}$$

Hieraus:

$$\begin{aligned} [\bar{3} + \bar{6} &= \bar{2}] \\ [\bar{6} + \bar{12} &= \bar{4}] \\ \bar{9} + \bar{18} &= \bar{6} \\ \bar{12} + \bar{24} &= \bar{8} \\ \dots &\dots \\ \bar{45} + \bar{90} &= \bar{30} \end{aligned}$$

prinzipiell anwendig wegen Additivität. Denn $\bar{3} + \bar{6} = \bar{2}$
 und hängt von Relationen ab
natürl. Brichen abzählbar
 $\bar{3} = \bar{2} + \bar{6}$

Also 1) Schematische Abhängigkeit aus einfachen Relationen

2) grobe Schema Beziehungen $\bar{2} + \bar{2} = \bar{4}$ oder $(1 + \frac{1}{2})\bar{2} = \bar{4}$

also fällt noch $\bar{2}$ in $\bar{2}$ d. h. die Zerlegung ist $2/7 = \bar{4} + \bar{28}$

z.B. $2/45 = \bar{30} + \bar{90}$

d. h. 3) Die „Ergänzungssysteme“ ist der Abzählpunkt

der sofort unter durch

$$\bar{7} + \bar{14} + \bar{28} = \bar{4} \quad \text{bedeutet, was in } 2/7 = \bar{4} + \bar{28} \text{ steht.}$$

Wie ist das zu rechnen? Es entspricht nun nach Beziehungen Individualisierung der Zahl die Hilfsrechnung

$$\begin{array}{r} -1 \quad \bar{7} \quad 4 \\ -1 \quad \bar{14} \quad 2 \\ -1 \quad \bar{28} \quad 1 \end{array}$$

also Hauptglied $\bar{4}$ da Ergänzungssystem $1 + \bar{2} + \bar{4}$

$$\begin{aligned} \bar{7} + \bar{14} + \bar{28} &= \bar{4} \\ 4 + 2 + 1 &= 7 \\ 1 + \bar{2} + \bar{4} &= 7 \end{aligned}$$

Also, wenn diese Summe der HZ gleich n ist, so enthält ein Stammbruch der das Ergänzungssystem verwandbar ist. Also eine Umkehrung: Die Ausrechnen werden durch HZ ausgeführt und die zugehörigen Brüche abgeleitet.

Beispiel $2/45 = 40 + 20 + 10$ also Ergänzungssystem

Beispiel: $2/61$

$$61 = 40 + 20 + 1$$

$$\begin{array}{r} 40 \\ 20 \\ 1 \\ \hline 61 \end{array}$$

Also sind 40 Ergänzungssummen. Hauptzahl d. h.

$$[61 + 122 + 2440] = 40$$

$$\begin{array}{r} 40 \\ 20 \\ 1 \\ \hline 61 \end{array}$$

analog zu

$$\begin{array}{r} 2 \\ 14 \\ 28 \\ \hline 44 \end{array}$$

daraus folgt durch $1 + 2 + 4$ dass noch 4 fehlt in 2. Hier hat man das Schema $\begin{array}{r} 40 \\ 20 \\ 1 \\ \hline 61 \end{array}$ so dass 30 2 zugeordnet wird.

Es fehlen also für das Hauptglied noch $80 - 61 = 19$. Das ergibt

$$\begin{array}{r} 1 \\ 2 \\ 4 \\ 8 \\ \hline 15 \\ \text{Rest} \\ 4 \\ \hline 19 \end{array}$$

Also Hauptglied $4 \cdot 61 + 8 \cdot 61 + 10 \cdot 61 = 224 + 488 + 610$
 also $2/61 = 40 + 244 + 488 + 610$ wie es darstellt.

So sind nun rationale Annahmestellen erlaubt bis auf 4 die irrational bleiben.

C. Rückblick.

Grundelemente der Theorie. 1) Dyadik
 2) Basisdarstellung durch natürl. Brüche
 3) Rechnen mit Hilfszahlen (immer ganzstellig).
 Sie stehen genau bei den Annahmestellen, wo sie zuerst nötig werden, denn die Ausdrücke mit den natürlichen Brüchen wie $1+2+4$ sind überschaubar. Einwand mit R 14

$$\begin{array}{r} 1 \\ 2 \\ 4 \\ \hline 7 \\ \text{Rest} \\ 28 \\ 56 \\ 112 \\ \hline 196 \end{array}$$

Grade das führt mit Hilfe des Übertragungsschemas zur Erklärung der Bedeutung des Wortes Stem-Rechnung. Es sind die Hilfstabellen zur 2n-Übertragung!

4) Übertragungsschema

Bedeutung des Ganzen durch die spätere Publication von „L“ und die Textkritik der 2n-Tab. des R.

§ 3. Zahlen - Zahlensysteme. Das Sechzig-System.

8

Die Diskussion d. 4. Tab. ist gegeben: Der reguläre Teil ist bestimmt 1) mit Hilfe der Bruchentwicklung 2) 1/3-Reihe, aber letztere kommt homogen zu stehen - gewisse abgebrochen bei 8 und 12. Also Inhomogenität in der Bruchreihe.

Analoge Inhomogenität jedoch im ganzen Zahlbereich nachweisbar. Daraus von d. Priorität d. Ordinalzahlen Helmholtz → Kronecker¹³⁾ → Wegl. historisch unhaltbar. Nicht Philosophie, sondern nur Völkerverständnis u. Sprachwissenschaft können hier entscheiden.¹⁴⁾

I. D. Zahlbegr. überhaupt.

Minimalelement ∞ viele liegt oder durch Sand oder Steine zu verdeutlichen, soll aber $\approx$ Vorkurs eines Hängelbells. Also Anschauungsgebundenheit d. Zahlbegriffs. Ursache: Erinnerungsgehalt der Menge.¹⁵⁾ "Zahlen" beeinflusst! Daher praktisch begrenzte Zahlensysteme: 3: für 3 Jahre¹⁶⁾.
 10: semibisch "30 $\approx$ viele, ebenso sumerisch. Die großen Zahlen enthalten Unsicherheit noch konstatabler. Äg. "1000 an Brot, 1000 an Bier"
 Sumerisch¹⁷⁾, griechisch¹⁸⁾, hebräisch¹⁹⁾ 10000 $\approx \infty$ Äg. 1.000.000 = Weltall (Himmels-
 höhe) Im NR bereits $\approx \infty$ "Menge". 100.000 verbringt in Semitischen, 1.000 in Äg., dann 1.000²⁰⁾

II. Das Zählen.

Das Zählen: ~~Das Zählen~~ ist seit vorder Äg. auf Konkrete. Das System ist: bis zu 29 Körperkugeln²¹⁾, Zahlklassen d. h. verschieden. Zahlwort nur f. verschied. Objekte²²⁾

2) methodisch: Prinzip d. iterativen Prozesses. heißt "Caesar" - d. "Zahlensystem" bestimmt "Basis". Entstehung d. Caesar z. B. durch neun Hilfsnamen²³⁾. So 5-er, 10-er, 20-er System. Moderne Übersetzt bei Schmidt, Sprachkreise Karte XIII.

Aber auch "methodisch" nur bedingt zu nehmen. z. B. 1 ist keine Zahl! (bis ins Mittelalter). Mystischen Char. aller Zahlworte. Verknüpfung mit der Cosmologie²⁴⁾ "Fingerzählen" (Sargant-MR, Quelle der Pyramiden)

III. Kardinal- und Ordinalzahlen

Sprachwissenschaft zeigt das letztere abgeleitet; "Komplementärreihe" 2/3.

13) Quelle 101 (1887)

14) Zeit. 1) Long Brühl, Les fonctions mentales dans les sociétés inférieures (1912) d. Naturwissenschaften (1920)

2) Fekteris, Das Rechnen d. Naturvölker (1927)¹⁴⁾

3) Seltin, Zahlen und Zahlwörter b. d. Äg. (1916)

4) Fekteris, ...

5) Fekteris, S. 16

6) " " S. 44

7) Jacobs - Fekteris, Bonn 1926 S. 419 A 1)

8) Handl S. 13. Seite 22 S. 41

9) Seltin 22 S. 11

10) " " S. 12 ff.

11) Long - Brühl S. 161

12) Fekteris S. 56

13) " " S. 53

14) Seltin i - Äg 54

15) Zusatz: Archiv. f. Gesch. d. Math. ... 2, 342

Ausgangspunkt: Inkongruenzität d. Bruchrechnen bei der 2n-Tab.

(9a)

Wiederholung von
 33 1. Hälfte

Notwendig. d. Entstehg. d. Zahlbegr. überhaupt. Führt dann,
 dass eine solche Inkongruenz. gar nicht allein steht. Eintrifft in eine
 ganz Entscheidg. d. Zahlbegriffes:

I. Präalgorithmische Phase. Anschauungsgebundene Mengen-
 vorstellungen aus denen erst allmählich abstrakte Zahlvorstellung
 entstehen. Variablen Ende nach oben. 1 keine Zahl, "0" erst
 kommt nicht. Entstehung der Cäsuren, 5-er, 10-er, 20-er-Syst.
 Einleitung des Ordinalzahlbegriffes.

Gegenwärtige Vorkl.
Karte!

gegenwärtiges Entstehen der Bruchbegriffe. Beziehung zur Metiologie.
 Bruch- und Komplementbrüche. Metiologie und Hilfszahlen.

II. Damit bereits Beginn des Rechnens. Dies unter dem Namen
 Pränumerik auf die vorangehende Phase.

- 1) Zahlzeichen als veredelte Marken, ^{"Individualzahlzeichen"} keine Null!
 - 2) Erhaltung der Cäsuren: "Zahlen-system" d.h. Weiterzählen d. grossen Einheiten.
 - 3) Additive Multiplikation
 - 4) Anzeichnung der Stammbrüche und "Darstellung" d. algorithm.
- Brüche mit Hilfe der "natürlichen".

5) Hilfszahlenalgorithmus

$\frac{1}{2}$	$\frac{5}{2}$	$\frac{4}{2}$	allg.	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{2}$
$\frac{1}{4}$	$\frac{1+2}{2+4}$	$\frac{2}{1}$		$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{1}$

Universitätsinstitutes möglich wäre. Aber auch die finanzielle Seite des Kleinschen Planes welche viel angefeindet worden ist, die Interessierung der Industrie an den Arbeiten der Universität, hat sich als richtig erwiesen: durch die Gründung der „Göttinger Vereinigung zur Förderung der angewandten Physik und Mathematik“ wurde der Ausbau der angewandten Institute in wirksamster Weise unterstützt - Dinge wie sie jetzt durch so grosse Institutionen wie Kaiser Wilhelm Gesellschaft, Helmholtz Gesellschaft oder Notgemeinschaft deutscher Wissenschaften der deutschen Wissenschaften üblich geworden sind. Auch der Grund auf welchem jetzt das neue mathematische Institut erstet ist ein Geschenk von H. Böttinger, eines der industriellen Mitbegründer der Göttinger Vereinigung.

W. Böttinger d.

Der Neubau des mathematischen Institutes bedeutet eine so wichtige Phase in der Kleinschen Ideen, dass es wohl angebracht ist, von einer Schilderung der augenblicklich noch bestehenden aber räumlich äusserst beschränkten Einrichtungen abzusehen und sich allein auf die Organisation des neuen Institutes zu beschränken. Sie erscheint als die konsequente Weiterbildung der Kleinschen Pläne und ist das Werk von Prof. R. Courant der seit 1921 die Leitung des mathematischen Institutes inne hat.

Die örtliche Lage des Neubaus ist die denkbar günstigste: er bildet den Abschluss einer ganzen Gruppe naturwissenschaftlicher Institute; das mineralogische Institut, die Institute für Experimentalphysik und theoretische Physik und das für angewandte Elektrizität liegen in demselben Block, gegenüber die Institute für Strömungsforschung. Das Gebäude selbst hat T-Form mit einem strassenseitigen Flügel der die Hörsäle enthält und einem gartenseitigen Teil. In dem ersten Geschoss dieses Rückflügels sind neben kleineren Zimmern zur Unterbringung selbstständig arbeitender Studenten („Dissertantenzimmer“) und Räumen zur Aufnahme von Apparaten der „angewandten Mathematik“ (Rechenmaschinen und Instrumente der numerischen und graphischen Methoden) vor allem zwei grosse Räume vorgesehen: eine Zeichensaal der z. B. bei Vorlesungen über darstellende Geometrie Verwendung finden wird und ein grosser Saal für das „Anfängerpraktikum“. Gerade die Notwendigkeit eines solchen Raumes hat sich in den letzten Jahren klar erwiesen. Gelegentlich einer vor zwei Jahren gehaltenen Vorlesung über Differential- und Integralrechnung hat Prof. Courant das erste Mal die Einrichtung getroffen, den Studenten in einem halbtägigen „Praktikum“ die Möglichkeit zu bieten an Hand von Übungsaufgaben den ganzen Stoff selbstständig durchzuarbeiten und sich dabei von Dozenten und Assistenten Rat holen zu können. Einige Tage vor jedem Praktikum werden die mechanisch vielfältigten Aufgaben an die Studenten ausgegeben, deren Ausarbeitung und Besprechung danach in den Praktikumsstunden erfolgt. Die Aufgaben werden dann in Hefte eingetragen, korrigiert und im nächsten Praktikum zurückgegeben und wenn nötig besprochen. Ein „Praktikantenschein“ bestätigt am Ende jedes Semesters Teilnahme und Erfolg an diesen Übungen. Die innere Berechtigung dieser Einrichtung erweist sich am besten aus einer Statistik, wie sie

IV. Entwicklungs-gesch.

9.

1) „prälgorithmische“ Schrift: Individualzahlwörter, natürl. Zeichen.
 Verknüpfung d. Grundteile an die Metalogie. Die „Kerne“ des
 Messsystems.

2) Entstehung d. methodischen Rechnens mit „Basis“ Charakter aller
 vorangehenden Phasen: 1) dyadische „Multiplik.“ d. h. un-
 additiv - zählend

2) $\frac{1}{2}$ - und $\frac{2}{3}$ - Reih. Verschwinden von $\frac{3}{4}$
 aber Schwund zwischen „natürl.“ und „algorithmisch“.

Anwendung: 1) Eingriff nichtendend auf die Kulturgesch.: vgl. Schepfl
 - Teilg.
 2) Beziehung zur Math.: Sexag. Syst.

1) Die Schepflerhebung in Äg.

Die natürl. Z. in der Metalogie

Sonderbarkeit in den Hohlmaßen

Verknüpfung mit der Mythologie

Die „Kerne“ 6 und 10 und die hierarchischen Längenformen

2) Das Sexagesimalsystem.

Unterscheidung zwischen „geschichtlichem“ Zahlensystem, d. h. Zahlensystem
 deren Entstehung aus dem den geschichtlichen Prozess klar ersichtbar und
 „methodischen“ wie unsere dezimale Ziffernschreibung: 102. Charakteristika:
 systematische „Entwicklung“ nach einer festen Basis, Schreibweise allein durch
 die Koeffizienten d. h. „Position“. Das verlangt 1) Null, 2) „Komma“.

Dehant die Herkunft unserer Ziffern aus Indien über Araber.
 Früheste Datierung der Null 876, „Methode d. 9 Zeichen“ bereits ^{als indisch} + 662 erwähnt.
 Dann 1854 Auffindung des „Sunderb“-Tafel

1) Targhe I S. 95

2) Targhe I S. 36

5 10 20 40 1 20
 3 20 3 40 4
 d. h.

oder ein „Sexagesimalsystem“ repräsentiert.

IV. Entwicklungsstadien

- 1) "prealgorithmische" Stufe: Zählverfahren
- 2) Entwicklung d. Grundtatsachen und der Stellung
Masssysteme.
- 3) Entstehung d. methodischen Rechnens mit
vorangehenden Phasen: 1) Zählverfahren
2) Zählverfahren

Grundzüge der Theorie der SS.

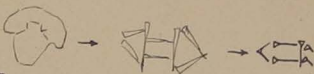
- 1) Astronomische Rechnungsführer, Summenrechnung $1/2^\circ$ in $360^\circ = 1:720 = 2:360$
- 2) Methodologische "ld. Weltanschauung" Methodologie a. Sekundärprinzip "Prinzipialität"
- 3) astronomische Trigonometrie 6.10 "Normalwinkel" und Radianten Sekundärmethodologie

Problemstellung: historischer Aufbau von der summenrechnerischen Periode an

- 1) Basis 60, mit dezimalen Einschlag
- 2) Position, aber ohne Null bzw. Komma
- 3) Mehrdeutigkeit d. sum. Zahlenzeichen. $\rightarrow 1/2$ und $1/6$ und $0:10$ und 1800 minus $= 1$ bzw.

Summen- u. Summen

Kantschrift LAK 299:



Die summenrechnerischen $0 \rightarrow 0$ (bzw. $1 \rightarrow 1$) $0:10 = 3:60$

als Abschluss 60:60 $\rightarrow$ wie 100:100 $= 10:100$ bei griech. Indem, Hebräer a. i. v.

SS Tab. I. (S. 7), also noch deutliche Spuren eines "griechischen" Systems.

Die Brüche SS Tab. II (S. 14) $1/2$ - $1/6$ - 1 Indem und Hebräer

Die Methodologie: formalprinzipiell von Verhältnissen, nicht Kontinuität.

Tab. 4 (S. 77) für die g in.

Veränderung d. formalprinzipiell: jüngerer = Sprache der Akten. (SS S. 51)

Erhöht Eindeutigkeit aller Zahlenzeichen.

Grundstruktur SS Kap. III (S. 44 ff)

Aus einem "griechischen" Zahlensystem entsteht durch Verknüpfung mit der Methodologie fast ein systematisches.

1) methodische Kurve: liefert den dezimalen Einschlag

2) Ränderung: liefert Basis 60

Verknüpfung: liefert Position, aber ohne ^{Komma} ~~Null~~ da methodisch
 bezieht a. selbstständig und aus Indem und
 Zahlenzeichen entstanden

3) Loslösung von der Methodologie - d. von Indem und Zahlenzeichen: liefert
 ein reines "Zahlensystem" methodischen Charakter

4) Die Methodologie wieder selbstständig, das Zahlensystem wird
 summenrechnerisch - dezimal modifiziert aber rein positionell in der
 Astronomie verwendet. dem Normierung sich nach dem Zahlen-
 system richten,

1.) Die χ^2 -Rechnung

M 22: "Beispiel zur Ber. einer Menge, die ^{zusammen} ~~einmal~~ ^{zusammen} ~~genommen~~ ^{summiert} wird."

$$R_{33}: x + \bar{3}x + \bar{2}x + \bar{7}x = 37$$

B 6619: $x^2 + (\frac{1}{4}x)^2 = 100$

Lösungsmethode: Nat. d. Koffiein. $\rightarrow$ Division $\rightarrow$ Probe

2. Fülle d. "2-tenst." feld $\frac{25}{16} x^2 = 100$ d.h. $\frac{5}{4} x = 10$

Die Probe zeigt, dass man es eigentlich mit mehreren Umkehrungen
gehabt. Verhältn. zu den letz. Ang. gesehen, liegt die Schwirnzpunkt
in der „Algorithmenreihung“ (1) in der Durchführung der Bruchrechnung.

2) Die p's - Regel

$$\text{Fibridenge} = \frac{\text{Anzahl}}{p} = \text{Anzahl. } g$$

Das 2. Glied der 3. Bruchreihe; alle 3 Gliederreihen sind vertikal.
Sonderbar ^{gelegt auf} die Massenerhebung.

Di. 163. Putz. $A_1 : A_2 = p_1 : p_2$ keine Reduktion von Proportionen!
R75.

R75
 $A_1 = 155$ $p_1 = 20$ $p_2 = 30$ würde unumsetzbar $A_2 = A_1 \frac{p_2}{p_1} = (1+\bar{e}) A_1$ er-
 folgen. Statt dessen $155 : 20 = 7 + \bar{e} + 4$ $(7 + \bar{e} + 4) 30 = 232 + \bar{e}$.

R72 $A_1 = 100$ $p_1 = 10$ $p_2 = 45$ So A_1 — Wilbur 450, le factor:

$\frac{p_2 - p_1}{p_1}$ ist der Zuwachs pro Biot, ~~also~~ da $p_2 - p_1$ Zuwachs der Biot pro Schüffel, also $\frac{1}{p_1}$ -fach pro Biot. Also für beide $A_2 = A_1 + A_1 \frac{p_2 - p_1}{p_1}$

3) Testgleichungen "Reihen"

Aufgaben der Praxis, Relationen notwendig u. v. Anästhesi-Pap.

Die unth. Reihe: 10 Schöpel bis 10 Lente mit $\frac{1}{8}$ Schöpel Differenz. Methode:
an der mittleren Verteilung wird auf den Endglied geschlossen - d. dann success.
unterschiedl. bei jeder impression die einem Anteil selbst.

Komplexwertester Beispiel R 40 zur Bestimmung der Differenz an Anzahl, je
Anteilsumme und Verh. der ant. Anteile am Rest.

* geom. Reihe R 76. $7 + \dots + 7^5 = 29607$ " $7 \cdot \frac{7^5 - 1}{7 - 1} = 2801 \cdot 7$ " 2801
 mit 2801 mal 7. $\overline{ABR}$ S. 14. Kap. XVI

1) Beispiel R 75 $3x + 7x = 1$

[illegible]

B. Die Technik d. Bruchrechnung

12

Die Rolle des $\frac{1}{2}$ -Zahl: R 38

$$\begin{array}{rcl} 1 & \bar{6} + \bar{11} + \bar{12} + \bar{66} \\ 2 & \bar{2} + \bar{11} + \bar{33} + \bar{66} \end{array}$$

da $\frac{1}{11} = \bar{6} + \bar{66} \quad \therefore \quad \bar{3} + \bar{6} = \bar{2}$

Die Bruchrechnung beherrscht vom H2-Algorithmus.

Ihre doppelte Bedeutung: 1) Rechnen mit gemischten Brüchen.

Beispiel R 27 $x + \bar{5}x = 21$

$$\begin{array}{l} 1 \quad \bar{5} \\ \bar{5} + 1 = 6 \\ 21 : 6 = 3 + \bar{2} \\ (3 + \bar{2})\bar{5} = 17 + \bar{2} = x \end{array}$$

Beispiel R 28 Bruchrechnung Addition

$$\begin{array}{l} x + \bar{3}x - \bar{3}(x + \bar{3}x) = 10 \\ \left[\begin{array}{cc} 1 & \bar{3} \\ \bar{3} & (\bar{6} + \bar{18}) \end{array} \right] \\ \left[\begin{array}{cc} (9 + 6) & - (3 + 2) = 10 \end{array} \right] \\ 10 : 10 = 1 \\ 10 - 1 = 9 = x \end{array} \quad \text{d.h.} \quad \begin{array}{l} \frac{10}{9}x = 10 \\ \frac{1}{9}x = 1 \end{array}$$

2) Kontrollrechen. (Preston's Haupt. Sie sind offenbar eine Formel; Beispiel R 40 wo 2520 statt 100 d. Produkt angegeben)

R 39. Aus $x + \bar{2}x + \bar{4}x$ folgt $x = 5 + \bar{2} + \bar{7} + \bar{14}$

Probe

$$\begin{array}{rcl} - 1 & 5 + \bar{2} + \bar{7} + \bar{14} \\ - \bar{2} & 2 + \bar{2} + \bar{4} + \bar{14} + \bar{28} \\ - \bar{4} & 1 + \bar{4} + \bar{7} + \bar{28} + \bar{56} \end{array}$$

$\bar{2}_1 = 9 + \bar{2} + \bar{8}$ also Rest $\bar{4} + \bar{8}$
 $14 + \bar{7} = 21 = \bar{2}_2$ u.z. b.v.

Daraus zu sehen:

- Die H2- dienen zur Umgehung der direkten Bruchaddition
- Die Meth. der „Ergänzung“ wird hier Kontroll-Methode
- Überprüfung der H2- $\downarrow$
- Überprüfung in „überschreibbaren“ u. algorithmischen Operationen.

Alle dies deutlich ablesen aber am R 38. Explizite Durchführung:

Aufgabe: $x + \bar{3}x + \bar{2}x + \bar{7}x = 33$

Probe: Division von 33 durch $1 + \bar{3} + \bar{2} + \bar{7}$

1) Dyadische und überschreiben

$$\begin{array}{rcl} 1 & 1 + \bar{3} + \bar{2} + \bar{7} \\ - 2 & 4 + \bar{3} + \bar{4} + \bar{28} \\ - 4 & 9 + \bar{6} + \bar{14} \\ - 8 & 18 + \bar{3} + \bar{7} \end{array}$$

[überschreiben Σ_0 $34 + \bar{3} + \bar{6} + \bar{4}$
 also Rest Δ_0 $\bar{6} + \bar{2} + \bar{4}$ daher]

$$\begin{array}{rcl} \bar{2} & \bar{2} + \bar{3} + \bar{4} + \bar{14} \\ - \bar{4} & \bar{4} + \bar{6} + \bar{8} + \bar{28} \\ \Sigma_0 & 32 + \bar{2} \end{array}$$

2) Ergänzung des Restes mit Hilfe des H2-Algorithmus

Hilfsreihen zu $1 + \bar{3} + \bar{2} + \bar{7}$

13

$$\begin{array}{r|l|l|l}
 -1 & 7 & \rightarrow & 14 \rightarrow 28 \\
 -\bar{7} & 1 & & 2 \quad 4 \\
 -\bar{2} & 3+\bar{2} & & 7 \quad 14 \\
 -\bar{3} & 4+\bar{3} & & 9+\bar{3} \quad 18+\bar{3} \\
 \Sigma & & & 97 \quad 42 \\
 & & & 6 \\
 & & & 21 \\
 & & & 28
 \end{array}$$

97

also $\frac{1}{97} \quad 1 + \bar{3} + \bar{2} + \bar{7} \quad 97 \quad 42$
 $-1 \quad \bar{97} \quad 1 \quad \bar{42}$

Nun H2- für die Längengröße:

$$\begin{array}{r|l|l|l}
 -\bar{7} & 6 & \rightarrow & \bar{4} + \bar{28} \quad 12 \\
 -\frac{14}{\bar{28}} & 3 & & \bar{28} \quad 1+\bar{2} \\
 -\bar{28} & 1+\bar{2} & & \bar{4} \quad 10+\bar{2} \\
 & & & \bar{8} \quad 5+\bar{4}
 \end{array} \rightarrow \bar{2} \quad 21$$

d.h. $\Sigma_1 \quad \bar{7} + \bar{8} + \bar{14} + \bar{28} + \bar{28}$
 $6 + 5 + 4 + 3 + 1 + 2 + 1 + 2 = 17 + \bar{4}$

Also Rest auf $\bar{2} \quad 21 \quad 3 + \bar{2} + \bar{4}$

d.h. $\frac{1}{97} \quad 97 \quad 42$
 $- \bar{97} \quad 1 \quad \bar{42}$
 $- \bar{56} + \bar{679} + \bar{766} \quad 2 \quad \bar{21}$
 $- \bar{194} \quad \bar{2} \quad \bar{84}$
 $- \bar{388} \quad \bar{4} \quad \bar{168}$

also $x = 14 + \bar{4} + \bar{97} + \dots + \bar{388}$

Rückblick auf gesch. d. 2/-Tab. Nun auch das 3. dort ge-
 stellt. Problem voll erledigt: Nach der ganzen 2/-Rechnung ist die
 Abweichung der Klapp- von den überschriebenen Rechen- und abgeleit-
 erten Ergebnissen. Wesentliches Instrument der H2-Methode. Also
 volle Parallelität:

abstr. Br. | abstr. Brüche
 überschrieben | H2-Meth.

gibt volle Entwicklungsgeschichte:

- 1) Fundament: Individuellkeitsgröße, derin die Konstruktion, method. Brüche
 in der Primordiale math. Logik. Kern.
- 2) Zellen von Längengröße. Problem der Vergleichbarkeit von Brüchen.
- 3) Abzug zum Rechnen. Methoden: Reduktion gemeinsamer Br. auf ~~den~~ einen
 Bruch, Dyadik- und Basischarakter der math. Brüche. 2/-Tab.
 Dabei die beiden Methoden. Dyadik, überschrieben nehmen, Rest-organ.
 H2-Algorithmus nach antologischer Analogie
- 4) Ansatz zur Multiplikation. H2-Rechnen von Typus B. 17.

35. Ag. geometrie.

14. 8/28

Die griechen messen auf Ag. als Verz. d. geom. Nicht nur mit Pers-
 ist (Wahrnehmung) sondern auch hinsichtlich Aufstellung aller geometrischen.
 Sphäris: offen vor der griech. Tradition, so wie die Opferung der Hebelstunde.
 1) Analoge Beispiele (z.B. Alexander-Roman) hinsichtlich Maße, die vorher im Beh.
bestanden ist, waren nicht v. d. Ag. schon gekannt. 3) Die Tafeln
von analog Feldern besteht aus im Beh. vorher vor.

Also: nicht ein Vorweg nicht vorher in stellen. Formel aber vorher ein
verallgemeinert Angewandte der Feldermessung und Streuemessung. Das schon da
her, denn Ag. immer schon schon hellenistische bzw. römischen Zeiten, vorher Best.
der selbstständig (Schulbuch, Texten).

Quellen: Antikari Texte gibt den Metriem. } MR
 R, M, K.

Buch. Wirkung Ag 34 Nach Reims III (Leison)

Sdfr - Wirkung Ag 34 Nach Reims III (Leison)

Wasser der Verz. Ag 34 Nach Reims III (Leison)



1) Off. Reims Ag 34 Nach Reims III (Leison)
 S. 163 Ag 34 Nach Reims III (Leison)

2) Reims Ag 34 Nach Reims III (Leison)

Democrit's Hypodamion. Feldermessung und Temperaturmessung.

Pyramiden messung (Buch früher Ag 34 Nach Reims III (Leison)) und Seit Ag 34 Nach Reims III (Leison)). Ag
Ag 34 Nach Reims III (Leison)). Ag 34 Nach Reims III (Leison)). Ag 34 Nach Reims III (Leison)).



1) Reims Ag 34 Nach Reims III (Leison)
 S. 163 Ag 34 Nach Reims III (Leison)

Viereck Ag 34 Nach Reims III (Leison)). Ag 34 Nach Reims III (Leison)). Ag 34 Nach Reims III (Leison)).

F = a b Ag 34 Nach Reims III (Leison)).

Trapez Ag 34 Nach Reims III (Leison)). Ag 34 Nach Reims III (Leison)). Ag 34 Nach Reims III (Leison)).

Beliebig Viereck Ag 34 Nach Reims III (Leison)). Ag 34 Nach Reims III (Leison)). Ag 34 Nach Reims III (Leison)).

Dreieck Ag 34 Nach Reims III (Leison)). Ag 34 Nach Reims III (Leison)). Ag 34 Nach Reims III (Leison)).

2F = 40 Ag 34 Nach Reims III (Leison)). Ag 34 Nach Reims III (Leison)). Ag 34 Nach Reims III (Leison)).

Das Ag 34 Nach Reims III (Leison)). Ag 34 Nach Reims III (Leison)). Ag 34 Nach Reims III (Leison)).

Komplexiertes Polygon Ag 34 Nach Reims III (Leison)). Ag 34 Nach Reims III (Leison)). Ag 34 Nach Reims III (Leison)).

Volumen Ag 34 Nach Reims III (Leison)). Ag 34 Nach Reims III (Leison)). Ag 34 Nach Reims III (Leison)).

Würf Ag 34 Nach Reims III (Leison)). Ag 34 Nach Reims III (Leison)). Ag 34 Nach Reims III (Leison)).

Pyramidenstumpf Ag 34 Nach Reims III (Leison)). Ag 34 Nach Reims III (Leison)). Ag 34 Nach Reims III (Leison)).

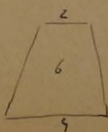
Ag 34 Nach Reims III (Leison)). Ag 34 Nach Reims III (Leison)). Ag 34 Nach Reims III (Leison)).

Ag 34 Nach Reims III (Leison)). Ag 34 Nach Reims III (Leison)). Ag 34 Nach Reims III (Leison)).

Ag 34 Nach Reims III (Leison)). Ag 34 Nach Reims III (Leison)). Ag 34 Nach Reims III (Leison)).

Ag 34 Nach Reims III (Leison)). Ag 34 Nach Reims III (Leison)). Ag 34 Nach Reims III (Leison)).

Ag 34 Nach Reims III (Leison)). Ag 34 Nach Reims III (Leison)). Ag 34 Nach Reims III (Leison)).



Also: nachlich ein Vorrang nicht sicher zu stellen. Freund
wesentlichen Ausgangspunkt der Feldman'schen und Strömung
her, dem Ag. immer sicheres kulturellisch bzw. römische Ge-
schehen selbstständig (Selenbach, Partler).

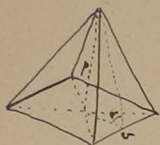
Quellen: Anastasi - Texte gilt den Milien. }
B M K 535/

Die Formel $V = \frac{\pi}{3} (a^2 + ab + b^2) h$ um so unverändert, als die Wasser-
 abdringung für den Kreiszylinderstumpf

$$V = \frac{\pi}{3} \left(\frac{r_1 + r_2}{2} \right)^2 h$$

gilt. Dies entspricht wie immer wie immer!

Pyramiden R 56-60.



$$v = \sqrt{3} \pm b \cdot t$$

$$p = p \cdot m \cdot v$$

$$s = \frac{1}{2} a \cdot d = p : \frac{\sqrt{3}}{2} \quad \text{also} = \frac{1}{2} a \cdot d$$

umgerechnet auf 1 Elle: $\approx$ Hagedbrücken

In R 56-57 $\frac{1}{2} v^2 = 1 : 5 \frac{1}{15}$ } das ist genau Pyramide 1 : 5 $\frac{1}{4}$ "
 " R 57, 58, 59 1 : 5 $\frac{1}{4}$ "

"1. Dorch Grundbrücken 5.5"

Daraus konstruktive Bedeutung haben

gilt von selbst die
 Schwingung.



Wie analoge Begriffsbildung

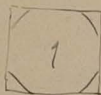
bei Dorch: "Sukzessionskreis" in M 14.

Zylinder-Vol (Speicher) Grundfläche $\times$ Höhe.

Der Kreis

R 48

1	8	-1	9
2	16	2	18
4	32	4	36
-8	64	-8	72
		zus.	81



R 50

$$F_K = (d - \frac{d}{9})^2$$

$$\left(F = \frac{d^2 \pi}{4} \quad \pi \approx 3,16 \right)$$

$$d=9 \quad F=64$$

Wieder im Gegensatz zu $\pi \approx 3$
 in der Heron'schen Näherung

R 41

$$d=9 \quad h=10$$

$$V_1 = \frac{1}{20} (1 + \frac{1}{4}) \left(\frac{9}{9} d \right)^2 h$$

R 42

$$d=10 \quad h=10$$

Formel wie in R 41

R 43

$$d=6 \quad h=9$$

$$\text{Näherung: } h - \frac{h}{9} = d_1 \quad \left(d_1 + \frac{d_1}{9} \right)^2 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{20} \cdot h$$

Interpretation durch K 6. Dort Zylinder mit $d=12 \quad h=8$ - d

$$V_1 = \left(d + \frac{d}{9} \right)^2 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{20} \cdot h$$

$$\text{Tatsächlich ist } \frac{1}{20} (1 + \frac{1}{4}) \left(\frac{9}{9} d \right)^2 h = \frac{1}{20} \cdot \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{9}{9} d \right)^2 h = \frac{8}{135} d^2 h$$

Aber sehen die Identität dieser beiden Formeln?

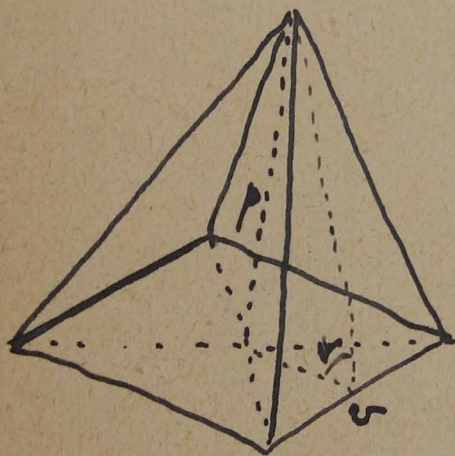
Lösung M 7.

Die Formel $V = \frac{h}{3} (a^2 + ab + b^2)$ um so un-
 abbrechung für den Kreiskegelstumpf

$$V = h \cdot \left(\frac{r_1 + r_2}{2} \right)^2 \pi$$

gilt. Dies zeigt wie wenig wir wissen!

Pyramiden R 56 - 60.



$$v = v_0^3 \pm b.t$$

$$p = p \text{ in } v_0^3$$

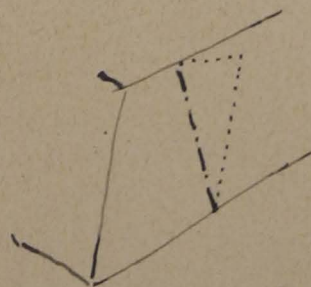
$$s = s_k d = p : \frac{v}{2}$$

umgerechnet auf 1 El

In R 56. ist $\text{"}f_v\text{"} = 1 : 5 \frac{1}{25}$ } das-ge-geme
 " R 57, 58, 59 $1 : 5 \frac{1}{4}$

Daraus konstruktive Bedeutung haben

gilt von selbst die
 Eckenmessung.



Zylinder - Vol (Speicher) Grundfläche x Höhe.

M 17. Nach der Annahme, das $tp-ro = r = \frac{d}{2}$

$$(0) F_k = \left((d - \frac{d}{q}) - \frac{1}{q} (d - \frac{d}{q}) \right) d$$

Aus dem rein additiven Formel:

$$(1) F_k = \left(d - \frac{d}{q} \right)^2$$

$$\begin{aligned} (2) \quad \frac{1}{20} (1 + \frac{1}{2}) F_k &= \frac{1}{20} \left(\left(\frac{3d}{2} - \frac{d}{6} \right) - \frac{1}{q} \left(\frac{3d}{2} - \frac{d}{6} \right) \right) d \\ &= \frac{1}{20} \cdot \frac{8}{q} \cdot \frac{4}{3} d^2 \\ &= \frac{1}{20} \cdot \frac{2}{3} \cdot \left(d + \frac{d}{3} \right)^2 \end{aligned}$$

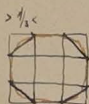
Also (0) der Anzugspalt, ¹⁾ daraus sowohl (1), wie (2); nicht aber
 2) aus (1). Ein seltsames Fall, wo man die Aufstellungsgesch. nachfolgen
 kann.

1) ist auf Seite 19, 3. 28.

Möglichkeit einer Ableitung dieser Formel aus $\frac{1}{2}$ der Fig. R 48 und
 Bänderst. A2 34 (vgl. S. 15 - S. 14). Es ist nämlich nach (0)

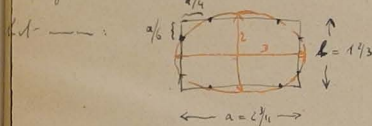
$$F_k = d^2 - \frac{2}{q} d^2 + \frac{1}{81} d^2$$

was mit



der ersten Annahme $F_k \approx d^2 - 2 \left(\frac{d}{3} \right)^2$ ganz

zufrieden wäre. Der weitere von mir formale Konstruktion. Die der Ellipse



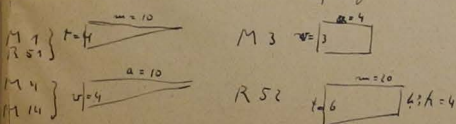
Ein anderer „Beweis“ einer Formel war nach dem Beweis R 51 und
 Trapez R 52. $\frac{a+b}{2}$ $\frac{a+b}{2}$ „...“ 4-Seit. in „...“, aber.
 R 52 $\frac{a+b}{2}$ „...“ 4-Seit. in „...“.

Manipulationsfrage - M 17 Kreis der Kugel?

Der Textzustand. Übersetzung

1) Aus dem Wortlaut nichts zu erkennen, dass nicht aus dem letzten der $\left\{ (2x - \frac{2x}{q}) - \frac{1}{q} (2x - \frac{2x}{q}) \right\} \cdot x \approx$
 $\frac{(2x)^2 \pi}{8}$ geschlossen wird, was für $x=r$ der Halbkreis, für $x=d$ der 4-fache, also
 der Halbkreis gilt.

2) Also Bedeutung von $tp-ro$? ro = Abstand quer für $x=d$. Wenn $x=r$
 würde der bekannte Abstand $d=q$ ergeben. Sonstige Vermutung



An d. Rechten folgt nun die Orthogonalität von $t \perp m$
 und Parallelität $t \approx w \approx \text{„Höhe“} = \text{„Apotema“}$
 $m \approx a$
 und Lage von d. Figuren innerhalb t , das oben in $\text{D} = \text{L.}$
 zeigt aber als „Höhe“ als „Kante“ des Dreiecks.

- 1) Heron Opera III 574 1, 2
 2) Columella ⁴⁶¹ (nach Plinius),
 Agronomica 5.90.

Die geometrische Konstruktion ist als

Bemerkung über die histor. Bedeutung des Textes M, als Handbuch d. aeg. Math.

§6. Babilonien.

I. geom.

Bedeutung der Vermessungslehre schon durch Betonung der Metrologie
 unmittelbar, aber in doppelter Hinsicht. Betrachtungsgesch. interess. dass Volumen
 immer die Höhe über ganz anderen Grundflächen annehmen. Also keine gleich-
 berechtigung der Raumdimensionen.

Rechtecksfelder a. b. bekannt ²⁾

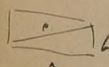
Kongruente Felderpläne und Approximationsmethode durch
 einfache geom. fiktive „F.“. Denn die symmetrischen Figuren fast
 unmerklichen Charakters RA 19, 156 (1. Dgn. von Babilon) ¹¹⁾

Schon die Kreisfläche bekannt; folgt RA 19, 156 - d. d. Fi-
 guren in CT IX 8.

Trapez $\frac{a+b}{2} \cdot h$ ⁵⁾ oder $\frac{a+b}{2} \cdot \frac{c+d}{2}$ ⁶⁾ So kommt - 7000 (Mesopotamien) ⁸⁾

Volumina („Korb“) $\frac{F_1 + F_2}{2} \cdot h$ wo $F_2 = a^2 \cdot 5$ ¹⁰⁾

Dreiecke. Rechtwinkliges Minimum BA II 393.

 $c = a + 2ab^2$ - d. $c = a + \frac{ab^2}{2a}$

Heronische ⁹⁾ Approx. von $\sqrt{A} = \sqrt{a^2 + b^2} = \frac{1}{2} \left(a + \frac{A}{a} \right)$ ¹²⁾ $A = a^2 + b^2 = c^2$

das Pythagoras in der 1. Dgn. von Babil.

Auch im Indien in der ältesten Phase (≈ -200) Pythagoras - d. Heron-
 sche V-Approximation? (Pythagoras - b. 5. Jh.)

- 1) RA 4 13 ff, 10 ff - d. geom.
 Fikl. Näherungsrechnung ⁹⁾
 2) Aristoteles 4, 58
 3) ZA 23, 119; OLZ 19/13 143 f
 OLZ ~~19~~ 19, 365 ~~143 f~~
 11) Vgl. dazu Heron Opera IV
 p. 284
 (RA 12 47 ff. ^{Shull} 5.58 ff
 5) ZA 23 110 ~~143 f~~
 6) RA 12 118
 8) Aristoteles 4, 58
 10) ~~in Mesopotamien 5. Jh.~~
~~in Mesopotamien 5. Jh.~~ S. 203. d. oben
 spielt den $\sqrt{2}$ (= 5/6) an
 RA 12 5171 eine Rolle? -
 geom. nach Hilgenbrunn (JE) 5.55 ff.
 12) Her. $\sqrt{A} = a + \frac{A}{2a}$

2) Lange 3.4. Trapez IV 140

Chronolog. Einschl.

18

- 3000 Summ. Reich (Herk I) Fern Trade
- 2700 Akkad, Sargon
- 2600 Summ. (Juden)
- 2500 " Dyn. v. Nr (Dungi)
 dem
- 2200 Summ. Bab. u. Assur
 Hammurapi (Dyn. I. v. Bab.)
 Kassar
- 1200 Assur
- (- 650 Assur (pal))
- 625 Neubabylon. Reich Nabonassar
- 606 Assur
- 612 { Babylon. d. Pers. nicht
- 538 { Babylon. " "
- 323 + Alex.
- 312 = 1 S. Ä

- 2000 } Dyn. XII
- 1800 }
- 1580 Dyn. XVIII

II Antike.

Seages. Syst. - Decimale Rechnung: Zahl f. 100 - 1000¹⁾

Nur Stammbrüche od. Komplet. Br.¹⁾
 Antike. Aufgaben "Textbuch" 3)

¹⁾ Minner BA S. 387

¹⁾ Ob 19, 324

¹⁾ Minner BA S. 394

Seages. Syst.

Hat multiplikation Char. aus Folge.

Tabellen: Mult:

1	6
2	12
3	18
...	...
20	...
30	...
40	...
50	...

Quadrat:

1-1	1 16
9-1	2 "
9-1	3 "
...	...

Kubus:

1-1	1 64
8-1	2 "
27-1	3 "
...	...

Dies ist 1 gel. bi 40 - am⁴⁾ oder den "1" für 3
 " 2 " " 30 -
 " 3 " " 20
 " 16 " 3/45

⁴⁾ Vgl. RA 12 S. 195 ff.

Besonders wichtig: Die relativ primen Teiler werden in alter lat. system oder mit "unmüßig" benutzt⁵⁾. Seit Araber
 Schwingpunkt des Rechnens: Arab. Rechenbuch - Zahl - ZA 37 S. 43 der lat. Rechenbuch f. Seages. (= 15. Jhr.) genau.

Modernes Interpretation: 60⁴⁾ und Platonische Zahl, Welt enthalten, Prozessionell
 durch Kugel brüchig ZA 31 S. 156 ff.
⁵⁾ Hilgert - Tafel
 2000 i. d. RA 8 (1911)
 S. 132 f. Ost. und
 Literaturverzeichnis.

Tabellarische Rechnung: Beispiel: $c = a^2 + \frac{c^2}{2a}$ $a = 40$ $c = 10$

6 ²	1/40	
$\frac{6^2}{a} \cdot 60$	2/30	[3/2 + 1] · 60
$\frac{1}{2} \left(\frac{6^2}{a} \right) 60$	1/15	
$\frac{1}{2} a$	41/15	

Dies auf 1. Dyn. v. Bab. Möglichkeit eines "Rechenbuches" London, Aug. 1918 S. 46 (in 188)

III Anwendungsgeschichte.

19

1) geom.

2) Metologie. Neue Probleme der astronomischen Metologie. finden sich.
für die Astronomie.

3) Astronomie.

Metabolyonische: Mondjahre mit Schaltungen ab 2-3 Jahre
(Monat von 29 oder 30 Tagen) "

Frühe Belege erst mit Hellenismus, unter Seleukos od. demetrius Monatsberechnungen.

1) ZA 35 S. 92

≈ -534 8-jähriger Schaltzyklus (?)

≈ -381 19-jähriger " "

Aber noch unzureichende Monatsanfänge durch Beobachtung "

2) Museum JA S. 195

Lehrbuch aus römischer Zeit aber aus Dyon. I v. Plut. stammend
Museum JA S. 499

enthält Planetenrechnungen, lunisolare Anfänge, Auf- und Untergänge

Planetentafeln der Seleukiden Zeit.

Konstruktion der Planetenperioden "

1) ZA 35 S. III.

Gesichte möglich seit Nabonassar (-625), geregelte Beobachtungen erst
ca -200. Astron. Mondkalender - 721/20 (ca. -381) aus Hellenist.

3 Schulen:

Planetentafel A	Mondrechnung II	Babylon. Borsippa	Nabonassar	-508
"	"	Musik		
"	"	Sippa	Kirdan	-379

Bruchst. d. Ptolemaeus v. Babylon - 280+1

Hipparchus geb. ca. -146 Examenion oder Kirdan?

Ptolemaeus +135

Frage der Seizagen. Perioden. Systematische Berechnung von den Planeten
durch Ptolemaeus, bei Hipparchus wohl kaum (dagegen 360-Teilung)
Vorläufer ist bei Pto. der "wahre Kreislauf" d.h. Approximation

Anhang: Aug. Astronomie

Sternnamen

Vorzeichen

Tafeln f. Eintritt d. Nacht (Dyon. II)

" " Planetenstellungen.

Die „Miere“ gleichartig im Pul, Ind., frisch. verwendet¹⁾

¹² Ed. Meyer GA I, S. 862
(§ 533)

Protochamisch $\leftrightarrow$ Summisch. Siehe Decimaleyst. • c1 0 = 10.

2) TL, 2mg. RA 22 (1925) S. 101

3) ZDMG 6 S. 271

8) Kugler *Pandanus*; S. 119,
Hondredy S. 74 - vol 2A 24
S. 320

5) Tropfen I 516, 17.

6) Jacobi - Festlich. 1925
(„Brücking“) S. 430

Sehr unvord. Meteorologien möglich, Astrologie spät.

Addresses: Proton decimal 1 = 1 10 = — 24 = 1/1

7) Center GM $\bar{I}$ S. 120

8) 2DMG 5 5,56

Wasserwichtigkeit from. $\rightarrow$ Harmonica

Michigan 621 (+ 4. ^{Fajun} Thk.) Schmä (+ 7/8 Thk.) 9)

1) Lithke Vetter Chemical
Philology 20 (1915) 309 (byrd)

Zeichengriff: Entdeckung aller Nationen beiden der mittelalterlichen Leistung
von Leistung Entdeckung von Theorie der Nationen beiden und gegen ist
gründlich.