

Über Geschichte der Mathematik.

Von

O. Neugebauer.

1937

Sonderdruck
aus den „Mitteilungen des Universitätsbundes Göttingen“, Jahrgang 9, Heft 1.

Otto Neugebauer papers - Box 14 - Publications - Volume 1, 1925-1927 - No. 9: Über Geschichte der Mathematik
From the Shelby White and Leon Levy Archives Center, Institute for Advanced Study, Princeton, NJ, USA

Über Geschichte der Mathematik.

Don

O. Neugebauer, Göttingen.

Geschichtsschreibung einer Wissenschaft erfreut sich bei deren produktiven Vertretern meist keines allzu hohen Ansehens. Der Gründe hierfür sind mehrere und sie sind nicht schwer zu erkennen, zumal bei einer Wissenschaft wie der Mathematik, die mit solcher Präzision zwischen gesichertem Besitz und ungelöstem Problem zu unterscheiden vermag. Mathematische Probleme und Methoden sind zwar, wie jedes andere Element des Daseins, historisch bedingt, aber das Stück bereits zurückgelegten Weges, das man zu ihrer Fortführung kennen und als solches übersehen muß, ist ein relativ kurzes. Wohl haben lange Jahrhunderte nur in engstem Anschluß an die Antike gearbeitet, aber der große Aufschwung der modernen Wissenschaft beginnt gerade damit, daß gänzlich neue Ideen auf den Plan treten, deren Bedeutung viel mehr in der Aufschließung bisher unbekannter Fragenkreise liegt, als in der Erledigung der alten. In allen Naturwissenschaften mögen abschließende Ergebnisse einen absoluten Wert haben — in der Mathematik ist eine abgeschlossene Theorie (der terminus technicus hierfür ist „eine klassische Theorie“) etwas Totes, das keine frischen Kräfte zu fesseln vermag.

Bei diesem Sachverhalt ist der ahistorische Charakter der Mathematik nicht zu verwundern. Dazu kommt aber, oder besser, damit hängt weiter zusammen, daß das, was an geschichtlichen Darstellungen dieser Wissenschaft vorhanden ist, den Sachmann nicht tiefer zu interessieren vermag, weil deren Verfasser, als Außensteher, bei aller formalen Sachkenntnis, gerade das eigentlich Wesentliche und Interessante der Probleme nicht berühren. Statt dessen findet man Dinge behandelt wie das Thema »Geometrics forms that were in existence before the advent of life on the planet« (so in einer 1923 erschienenen „History of Mathematics“), die mit Mathematik überhaupt nichts zu tun haben. Und nur zu oft muß eine Anekdotensammlung, oder noch schlimmer, eine endlose Kette von Prioritätsfragen, Geschichte ersetzen.

Es würde nicht der Mühe wert sein über solche Dinge zu schreiben, wenn man sie mit dem Wesen von Geschichte der Mathematik unwiderprüflich verbunden ansehen müßte. Zwar glaube ich nicht, daß sich das oben genannte rein sachliche Verhältnis zwischen vorschreitender Forschung und ihrer Geschichte je ändern läßt; das aber halte ich für ein durchaus erreichbares Ziel, Geschichte der Mathematik in sich so umzugestalten, daß sie, etwa wie Geschichte der Philosophie, ein vollwertiges Glied in der Reihe moderner Wissenschaften wird und nicht unberührt sowohl von mathematischem wie historischem Geist ein ganz bedeutungsloses Sonderdasein führt. Dann wird man auch wieder erhoffen dürfen, daß selbst der reine Sachmathematiker von einem weiterem Gesichtspunkt aus, Gewinn aus der Beschäftigung mit ihr zu ziehen vermag.

Ich habe schon den Punkt berührt, wo meines Erachtens der Hauptmangel in dem gegenwärtigen Zustand liegt: in dem Fehlen einer problemgeschichtlichen Einstellung. Wie ich dies verstanden wissen will, möchte ich an einer ganz speziellen Frage, die mir persönlich gerade nahe liegt, etwas näher erörtern: Welches ist der Schatz mathematischen Wissens, den die Griechen aus dem Orient übernommen haben?

Zunächst sofort ein Einwand: Welches Interesse hat denn überhaupt eine solche Frage? In der Tat ist es doch vollkommen gleichgültig zu wissen, ob irgend ein Ägypter oder dieser oder jener Grieche etwa eine Formel für das Volumen eines Kegelstumpfes besessen hat oder nicht. Und ein solcher Einwand besteht wirklich völlig zu Recht, solange man derartige Kenntnisse nur ihres absoluten Inhaltes wegen betrachtet, nicht aber als Markierungspunkte in einer Skala, die man braucht, um überhaupt geschichtliche Vergleiche ziehen zu können. So

gleichgültig es daher an sich ist, ob diese Skalenpunkte durch Sätze der „Elementarmathematik“ oder durch Sätze irgend eines beliebigen Zweiges der modernen Analysis gebildet werden, — daß wir es mit dem einen oder anderen zu tun haben, ist das historisch Zufällige — so wichtig wird die Gewinnung eines zuverlässigen Tatsachenmaterials als Vorarbeit um gesicherten Boden unter den Füßen zu haben und nicht einem bloß Ästhetisieren zu verfallen.

Hier muß ich eine rein methodische Bemerkung einschalten, die sich eben auf die Sicherung des Fundamentes zur Beantwortung der oben gestellten Frage bezieht. Unsere ganze Überlieferung aus dem alten Orient zeigt einen großen Vorteil: wir kennen kaum einen Namen eines Künstlers oder Gelehrten. Die ganze kulturelle Entwicklung jener Perioden ist von vorne herein aufs Engste mit dem Volksganzen verbunden, ihr Bild zeichnet sich von selbst in viel ruhigeren Linien vor einem größeren Hintergrunde, als in einer Epoche, wo der Kampf um „Meister oder Schule“ oder um „echt oder unecht“ die Perspektiven verzerrt. Die für jedes geschichtliche Verständnis notwendige chronologische Anordnung muß von selbst in einem viel weiteren Rahmen erfolgen: in dem Rahmen der Allgemeingeschichte. So bildet, bei aller Lückenhaftigkeit unserer Kenntnisse etwa die Geschichte der ägyptischen Kunst, der Religion, ja selbst der Sprachgeschichte mit der „pragmatischen“ Geschichte eine viel engere Einheit als es z. B. für analoge griechische Verhältnisse der Fall ist. Daraus erhebt sich aber unmittelbar die Forderung, auch die Äußerungen mathematischen Denkens mit diesen allgemeinen Gesichtspunkten in Verbindung zu setzen. Nur dann, wenn auch die Untersuchung der rein sachlichen Fragen auf streng kulturgeschichtlicher Basis geschieht, kann man erwarten zu einer einigermaßen richtigen Einschätzung der Einzelprobleme zu gelangen. Eine solche Untersuchung erhält dann auch andererseits eine viel allgemeinere Bedeutung, weil sie in ganz präzise faßbarer Weise sehr charakteristische Züge eines Volkscharakters ans Licht zu bringen vermag.

Das Verschwinden der Einzelpersönlichkeit in der ägyptischen Kulturgeschichte ist nicht immer als ein Vorzug angesehen worden. So hat sich der arme Schreiber „Ahmes“ der sich als Kopist des mathematischen Papyrus Rhind (des wichtigsten Denkmals ägyptischer Mathematik) verewigt hat, alle möglichen Grade vom „König“ oder „Lehrer einer landwirtschaftlichen Schule“ bis herunter zum ungeschickten „Schüler“ zuteilen lassen müssen. Oder aber man hat seine Zuflucht zu einem absichtlichen Verbergen der Persönlichkeiten hinter den so sehr beliebten „Priesterkasten“ genommen, obwohl es sie, mindestens in der Entstehungszeit

aller ägyptischen Wissenschaften, garnicht gibt; so wird behauptet: „Die Mathematik als Wissenschaft war in Ägypten das ausschließliche Eigentum der Priesterkaste und wurde in der Priesterschaft als eine Geheimwissenschaft getrieben und vor dem Volke verborgen“ — mit solchem Erfolge sogar, daß wir auch nicht die geringste Spur von dieser „Geheimwissenschaft“ überliefert erhielten!

Der Forderung der Einordnung auch mathematikgeschichtlicher Untersuchungen in die allgemeine Kulturgeschichte schließt sich ein viel schwerer zugänglicher Fragenkreis an, sobald es sich um alte Geschichte handelt: Die Verbindung mit der Sprachgeschichte. Eine so grundlegende Untersuchung wie Sethes Buch „Von Zahlen und Zahlworten bei den alten Ägyptern und was für andere Völker und Sprachen daraus zu lernen ist“ zeigt, wie viel noch aus diesen Dingen für die Anfänge mathematischen Denkens herausgeholt werden kann. Gerade in einer Periode der mathematischen Forschung, wie der gegenwärtigen, in der die Frage nach den logischen Grundlagen der Mathematik eine zentrale Stelle einnimmt, darf man, sobald man überhaupt nach der geschichtlichen Entwicklung der wichtigsten Denkkategorien fragt, nicht an diesen Dingen achtlos vorübergehen. Hier ist wirklich einmal einer der Punkte, wo die verschiedensten Wissenschaften ganz unmittelbar ineinandergreifen, so daß es nicht angeht, der philosophischen Spekulation die einzige Entscheidung zu überlassen.

Wendet man sich dem sachlichen Inhalt der vorgriechischen Mathematik zu, so ist der erste Eindruck der, daß sie ausschließlich „elementaren“ Charakter trägt, und in sich ziemlich gleichartig ist: einfache Rechenaufgaben, zum Teil mit Hilfe von Zahlentabellen ausgeführt, oder Aufgaben der Flächen- und Inhaltsberechnung von geometrischen Figuren wie sie Landwirtschaft oder höchstens Steinbautechnik verlangen. Blickt man aber auf die Rolle, welche diese Dinge in den eigenen Kulturen gespielt haben, so verändert sich dieses Bild ganz wesentlich und bietet Probleme, die der geschichtlichen Untersuchung durchaus wert sind. Der tiefgreifende Unterschied der beiden großen Kulturkreise Ägypten und Babylonien macht sich auch hier ganz wesentlich geltend, schon in der einfachen Zahlenschreibung und der Anlage der ersten Rechenaufgaben. Die Anfänge sind zwar in beiden Gebieten die gleichen: Eine Bilderschrift mit besonderen Zeichen für die wichtigsten Zahlwerte 1, 10, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ u. s. w. und rein abzählend-additive Grundlage alles Rechnens. Nun aber setzt die individuelle Entwicklung ein. Das Grundproblem der ägyptischen Mathematik (die rein „arithmetischen“ Charakter trägt) kann geradezu dahin formuliert werden, jenen additiven ältesten Methoden

einen möglichst umfangreichen Wirkungsbereich zu verschaffen. Das, was wir heute „Multiplikation“ nennen ist in Ägypten wiederholte Addition (durch fortgesetztes Verdoppeln und geeignete Zusammenfassung); ja selbst die ganze Bruchrechnung, die in dieser Gestalt ihren Einfluß über das ganze spätere Altertum bis weit in unser Mittelalter hinein erstreckt hat, verdankt ihre äußerlich sehr umständliche Methodik nur der konsequenten Durchführung desselben Grundprinzipes. Wir haben hier sozusagen in abstrakter Reinkultur das gleiche zähe Festhalten an altüberkommenen Formen, das alle anderen Teile ägyptischen Lebens auszeichnet, das z. B. seine theologischen Systeme zu einem so schwer entwirrbaren Chaos gemacht hat. Die unvermeidliche Umgestaltung der religiösen Vorstellungen erfolgt nicht durch die Ausbildung klarer neuer Systeme, sondern durch künstliches Herausinterpretieren aus den ältesten Texten, bei dem man lieber deren einfachen Sinn verkehrt und sich (von unserem Standpunkte aus) in die widerspruchsvollsten Aussagen verwickelt, als die Fiktion aufzugeben, daß alles schon von Alters her so gewesen sei. — Ganz anders im Zweistromlande mit seiner viel bewegteren Geschichte. Schon die Weiterentwicklung der von den Sumerern ausgebildeten Bilderschrift erfolgt in wesentlich anderer Richtung. Während in Ägypten die Bilderschrift, wenigstens als Monumentalschrift, bis in die späteste Zeit immer erhalten geblieben ist und auch die Kursivschrift nur eine Abschleifung von ihr darstellt, so sind in Babylonien die schon stark linear stilisierten Bildzeichen schließlich ersetzt worden durch eine Anzahl reiner „Keilschriftzeichen“, die jede bewußte Verbindung mit den alten Bildzeichen aufgeben. Dies hängt selbstverständlich auch mit äußeren Einflüssen, wie der Unbequemlichkeit des Tons als Schreibmaterial und dem Emporkommen neuer Bevölkerungselemente zusammen. Für die Zahlenschreibung hat dies zur Folge, daß ein sehr zeichenarmes Ziffernsystem ausgebildet wird, das unserer heutigen Schreibung mit „Stellenwert“ ganz nahe kommt. Dies Letztere ist aber wieder bedingt durch eine ganz frühe Ausbildung einer selbständigen Multiplikation, (wie aus den bereits aus sehr alter Zeit erhaltenen Multiplikations- und Quadratzahltafeln hervorgeht) und einer starken Beeinflussung des ganzen Zahlensystems durch die Normierung von Maßen und Gewichten. Die Einzelheiten dieses Prozesses sind natürlich viel zu kompliziert, als daß ich hier näher auf sie eingehen könnte. Allgemeines ist nur reizvoll zu bemerken, daß zwar das babylonische Schriftprinzip auf ein totes Geleise gelaufen ist, indem es hier den allmählichen Übergang von Bildzeichen zu „Einkonsonantenzeichen“ und schließlich zu „Buchstaben“ verhinderte, daß aber die Mathematik von Anfang an in

eine Richtung gewiesen hat, die in ihrer konsequenten Ausgestaltung durch das indische Stellenwertsystem (mit dem unsere gegenwärtige Ziffernschreibung identisch ist) eine der wichtigsten Stützen für die moderne Weiterentwicklung gegeben hat.

Schon aus diesen flüchtigen Andeutungen wird man hoffentlich ersehen können, daß der elementare, ja oft primitive Charakter der mathematischen Probleme und Methoden dieser Frühzeit, den man nie ruhig als solchen eingestanden hat und durch Redensarten wie „uralte ägyptische Weisheit“ zu verdecken suchte, gerade umgekehrt zur Folge hat, uns einen besonders klaren Einblick in die geschichtlichen Anfänge mathematischen Denkens zu gewähren. Man muß allerdings darauf verzichten, eine lineare Kette von mathematischen Kenntnissen vom grauesten Altertum an bis zu uns herauf konstruieren zu wollen, sondern man muß lernen, selbständige Kulturkreise wie Einzelindividualitäten nebeneinander zu stellen. Dann wird man erkennen, daß jedes Volk und jede Epoche in ihrer eigenen Weise sich mit den ihr vorliegenden Problemen auseinandersetzen sucht und daß der Vergleich dieser verschiedenen Phasen einen neuen Sinn bekommt. Erst wenn man die orientalische Mathematik in ihren Eigenheiten wirklich kennt, wird man die der griechischen richtig einzuschätzen wissen und wird nach den Punkten suchen können, wo spezifisch griechische Problemstellungen einsetzen.

Aber geschichtliche Prozesse entstehen nicht allein durch die Nebeneinanderlagerung verschiedener kultureller Typen, denn neben dieser „horizontalen“ Gliederung der Kulturen spielt auch eine „vertikale“ Schichtung eine immer wieder hervortretende Rolle. Ein so komplexes Gebilde wie die griechische Kultur als Einheit ansehen zu wollen wäre ein ganz grundsätzlicher Fehler. Neben die Beeinflussungen von außen her treten die großen Differenzen zwischen den Gruppen der verschiedensten geistigen Richtungen. Pythagoräer, die Akademie, die Sophisten lassen sich nicht in eine Entwicklungsreihe bringen, sondern stehen in ihrem Einfluß aufeinander durchaus als selbständige Faktoren gleichzeitig nebeneinander. So kann man auch die Art, wie sich alle diese Richtungen zu mathematischen Problemen stellen, nicht in eine Linie bringen, wenn auch das äußerliche Ergebnis der Beschäftigung mit mathematischen Fragen eine dauernde Zunahme von sachlichen Kenntnissen ist. Aber das wirklich Wesentliche ist nicht die Frage ob man, um die Fläche eines Kreises zu bestimmen das Quadrat des Radius mit 3,16 wie die Ägypter oder mit 3,14 multipliziert, sondern die Gesamteinstellung zu dem Problem den Flächeninhalt krummlinig begrenzter Figuren auszumessen und die Bedeutung der unendlichen Prozesse, auf die man da-

bei geführt wird, zu ergründen. Und in der Beantwortung dieser Fragen wird man wieder sehr prinzipiell geschiedene Gruppen zu unterscheiden haben, deren Umgestaltungen im Einzelnen zu verfolgen ist, um ein lebenswahres Bild des Gesamtprozesses zu gewinnen. Und wenn dann später die Araber oder die westeuropäische Kultur an die griechischen Errungenschaften anknüpfen, so geschieht dies jedesmal in besonderer Weise und unter Bevorzugung einer jeweils ganz bestimmten unten diesen verschiedenen Strömungen, trotz aller Stetigkeit in Hinblick auf das rein Inhaltliche. So greift Geschichte der Mathematik plötzlich weit über ihren engeren Rahmen hinaus und bietet eine Unzahl der interessantesten Fragen, die der Mühe lohnen auch längst überholte Schritte mathematischen Denkens wieder zu betrachten.

Und neben diese allgemeinesgeschichtliche Bedeutung tritt noch eine andere, die auf die Mathematik im engeren Sinne Bezug hat, aber darum erst recht nicht vergessen werden darf. Ich meine nämlich, daß allein geschichtliches Denken im Stande sein kann, ein Gegengewicht gegen das vielbeklagte Spezialistentum zu bilden. Die um die Wende des 18. und 19. Jahrhunderts so großartig inaugurierte letzte Phase unserer Wissenschaft, für deren universellen Charakter neben den großen Franzosen etwa die Brüder Humboldt als Beispiel dienen mögen, hat dieses anfängliche Niveau nicht zu halten vermocht. Es ist klar, daß eine strenge Fundierung der neu erschlossenen Wissenschaften nur durch größte Arbeitsteilung in sorgfältiger Einzeluntersuchung zu leisten ist. Eine Folge davon war aber nicht nur eine Trennung der Einzelwissenschaften voneinander, sondern sogar ein Zerfallen dieser Disziplinen selbst in Teilgebiete, die sich untereinander kaum noch verstehen und interessieren. Es ist kein Zweifel, daß gegen diesen Zustand eine ernste Reaktion einsetzen muß, und zum Teil auch schon sehr merkbar eingesetzt hat. Die Frage nach dem Woher und Wohin einer Wissenschaft, nach ihrer Einordnung in den weiteren Kreis unserer Gesamtkultur, wird immer entschiedener gestellt. Auf allen Gebieten zeigt sich, daß erst in der Verbindung der modernen Forschungsmethoden mit den freieren Perspektiven eines tieferen geistigen Gehaltes eine Gewähr für die Wiedergewinnung der Einheit aller Wissenschaften gefunden werden kann. Was in diesem Sinne für die Mathematik geschichtliche Betrachtung bedeuten kann, das zeigt, wie kein zweites, das Werk von Felix Klein „Über die Entwicklung der Mathematik im 19. Jahrhundert“. Hier spricht wahrhaft historisches Denken verbunden mit persönlicher Forschertätigkeit zu uns, jeden Einzelnen mahnend, seine eigene Arbeitsrichtung

als Element eines großen historischen Prozesses zu verstehen und zu bewerten.

Es wird nicht Vielen vergönnt sein Geschichte einer Wissenschaft in diesem Sinne zu schreiben. Aber auch jede historische Einzeluntersuchung kann nur dann wenigstens als brauchbare Vorarbeit für weitere Synthese gelten, wenn sie sich von zwei Gesichtspunkten leiten läßt: Geschichte der Mathematik im Rahmen der Allgemeinesgeschichte zu sehen und Mathematik selbst nicht als ständig zu vermehrende Formelsammlung, sondern als lebendige Einheit zu verstehen.